# Lineare und logarithmische Achsen

Ralf Blendowske

19. Februar 2021

In einer Abbildung wird ein Graph einer Funktion oder eine Ansammlung von Daten mit Bezug auf 2 Achsen gezeigt. Die unabhängige Variable ($x$) wird horizontal auf der Abszisse und die abhängige Größe ($y$) wird vertikal auf der Ordinate abgetragen.

Eine Achse besteht aus Markierungen und den dazwischenliegenden Zwischenräumen. Geht man von einer Markierung zur nächsten nach rechts, dann wird ein fester Wert hinzu addiert. Geht man dagegen nach links, dann wird dieser Wert subtrahiert. Die Achse besitzt einen Pfeil, der die Richtung der Addition angibt. Der Nullpunkt wird in der Regel besonders gekennzeichnet. Eine solche Achse heißt **linear**. Aus praktischen Gründen der Ablesbarkeit werden für die Werte der Markierungen ganze (Nachkomma) Zahlen verwendet.

Wird bei einem Schritt von einer Markierung zur nächsten nach rechts oder links nicht ein fester Wert addiert beziehungsweise subtrahiert, sondern der Ausgangswert mit einer festen Zahl multipliziert oder dividiert, dann heißt die Achse **logarithmisch**. Für den Faktor sind unterschiedliche Werte gebräuchlich: $2$,$10$,$\mathrm{e}$ sind die häufigsten. Als Markierungsbezeichnungen wird oft der Logarithmus des Wertes (also der Exponent) angegeben, so dass eine lineare Skala entsteht. Als ausgezeichneter Wert wird oft die Eins gekennzeichnet. Die Null kann nicht durch endlich viele Divisionen erreicht werden und liegt daher im Unendlichen ($-\infty$).

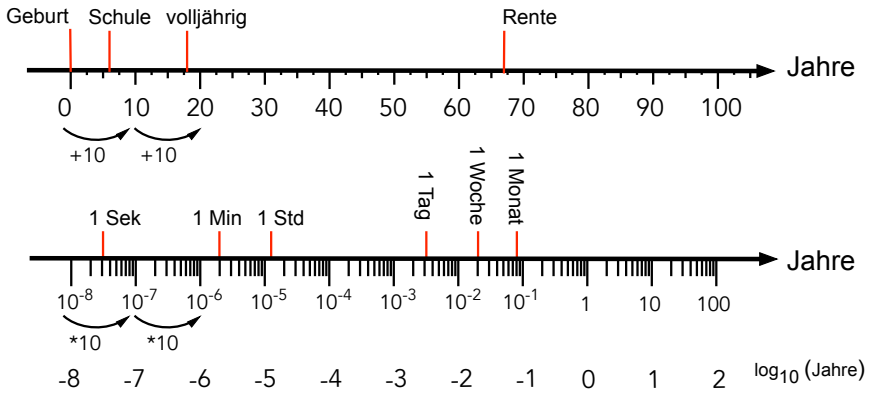


Abbildung 1: Die Dauer eines menschlichen Lebens: oben: linear, unten: logarithmisch dargestellt

Wird als Faktor der Wert $10$ verwendet, dann bedeutet eine Verdopplung eines Wertes die Addition von $0{,}3010 = \log_{10} 2$. Dem entspricht der Wert 3 dB ($= 10{\cdot}0{,}301$) auf der Dezibel-Skala. Entsprechend muss bei einer Vervierfachung der Wert $0{,}602$ und bei einer Verachtfachung der Wert $0{,}903$ addiert werden.

Werden die Werte $1{,}2{,}3 \ldots 9$ (oder $10{,}20{,}\ldots{,}90$) auf einer logarithmischen Achse als Markierungen abgetragen, dann ist ihr Abstand nicht gleichabständig; denn die Verhältnisse zweier aufeinanderfolgende Werte werden zunehmend kleiner: 2/1; 3/2; 4/3; ... 9/8.

Werden in einer Abbildung zwei gemischte Achsen verwendet, also eine lineare und eine logarithmische, dann heißt die Darstellung **semi-logarithmisch**. Sind beide Achsen logarithmisch skaliert, dann wird von einem **loglog**-Plot gesprochen. Die Form eines Graphen ändert sich drastisch wenn von einer linearen Darstellung zu anderen Skalierung übergegangen wird. So wird aus der Potenzfunktion $y = x^a$ in einer loglog - Darstellung die Gerade $\tilde{y} = \log y = a \log x = a\tilde{x}$ mit der Steigung $a$. Aus einer Exponentialfunktion $y = \mathrm{e}^{bx}$ wird in einer semi-logaritmischen (log-lin) ebenfalls eine Gerade $\tilde{y} = \ln y = bx$ mit der Steigung $b$.

Die Abbildung 1 stellt die Dauer eines menschlichen Lebens in zwei Varianten dar. Oben wird eine lineare Skala verwendet, bei der von einer Markierung zur nächsten $10$ Jahre dazu addiert werden. Unten ist eine logarithmische Darstellung (Basis $10$) gewählt worden. Die Geburt ($0$ Jahre) liegt bei $-\infty$. Sehr unterschiedliche Zeitintervalle: Sekunde, Minute, Stunde, Tag, Woche, Monat und Jahr können in der logarithmischen Darstellung bequem veranschaulicht werden. Die dekadischen Logarithmen zu den Zeitintervallen sind $-7{,}50$; $-5{,}72$; $-3{,}94$; $-2{,}56$; $-1{,}72$; $-1{,}08$; $1{,}00$. Sollen also Daten, die sich über viele Größenordnungen erstrecken, etwa vom Pulsschlag bis zur Lebensspanne, visualisiert werden, dann ist eine logarithmische Darstellung vorteilhaft. Aber auch für die Beurteilung der funktionalen Form (Potenzfunktion, Exponentialfunktion etc.) eines funktionalen Zusammenhangs kann eine logarithmische Skalierung hilfreich sein.

Vermutlich ist das Denken in Verhältnissen wie „Menge halbiert“, „10 Prozent reduziert“, „3% Aufschlag“ älter als die lineare Vorstellung von Zahlen wie etwa „73 Erbsen“. Zumindest liegt unserem Zahlensystem eine logarithmische Basis zugrunde. Bei der Zahl $75{,}23$ ist mit jedem Schritt nach links ($3 \to 2$, $2 \to 5$, etc.) eine Multiplikation mit dem Faktor $10$ verbunden: $7 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2}$. Der Dezimaltrenner „,“ markiert dabei die Grenze zwischen Zahlen, die kleiner als $1$ sind und denen, die größer oder gleich $1$ sind.