

Zum Einstellastigmatismus

Ralf Blendowske

Kann der Zylinderwert einer Fernbrille für eine Nahbrille direkt übernommen werden; oder muss der Zylinderwert in der Nahbrille angepasst werden, um den Unterschied auszugleichen? Bei Gleitsichtgläsern tritt diese Fragestellung in ähnlicher Weise auf; anstatt von Fern- und Nahbrille ist dann aber von Fern- und Nahbereich zu reden.

In der gängigen augenoptischen Praxis wird diese rein brillenoptische Fragestellung, die unter dem Stichwort Einstellastigmatismus bekannt ist, vernachlässigt: Der Zylinderwert der Fern- wird in der Nahkorrektur einfach übernommen, wenn in der Nahbrille eine Addition verwendet wird.

Anders sieht es jedoch der Autor G. Roth, der in seinem Artikel „Der Einstellastigmatismus“ [1] zu folgendem Ergebnis kommt: „Der Einstellastigmatismus ist unabhängig von einem Nahzusatz (Add).“ Damit widerspricht er gängigen Darstellungen – wie beispielsweise der von Graff [2] oder Diepes und Blendowske [3]. Roth benutzt die Begriffe Vergrößerung, Refraktionsdefizit und Hauptebenen, um darzulegen, dass die Werte des Einstellastigmatismus auch bei Verwendung einer Addition erheblich und daher in der Praxis zu berücksichtigen wären. Diesem Standpunkt wird in diesem Artikel widersprochen.

Um den Sachverhalt möglichst verständlich zu halten, soll die paraxiale Optik des Problems auf die einfachsten Elemente reduziert werden, siehe auch Abbildung 1. Wir gehen von den Korrektionswerten eines Auges am Ort des Hornhautscheitels aus. Die Sphäre und der Plus-Zylinder werden mit S_{Au} und Z_{Au} bezeichnet. Die Achslage ist für die Fragestellung unerheblich, weil beide Hauptschnitte völlig unabhängig voneinander behandelt werden können. Die Hauptschnitt-Vergenzen der astigmatischen Wellenfläche haben die Werte $L_{Au,1} = S_{Au}$ und $L_{Au,2} = S_{Au} + Z_{Au}$. Sie werden dabei mit den Ziffern 1 und 2 unterschieden. Definitionsgemäß entsteht dann auf der Netzhaut im Sinne der geometrischen Optik eine punktförmige Abbildung. Für die weiteren Betrachtungen wird ein ideal dünnes Brillenglas mit den Hauptschnitt-Brechwerten F_1 und F_2 angenommen. Der Hornhaut-Scheitelabstand wird mit d bezeichnet. Die Vergenzen-Gleichung wird in jedem Hauptschnitt des Brillenglases angewendet

$$L'_1 = F_1 + L_1 \quad \text{und} \quad L'_2 = F_2 + L_2$$

und liefert für ein fernes Objekt mit der Vergenz $L_1 = L_2 = 0$ das Ergebnis $L'_1 = F_1$ und $L'_2 = F_2$. Am Ort des Brillenglases gilt für den Zylinder der bildseitigen Wellenfläche

$$Z = L'_2 - L'_1 = F_2 - F_1$$

Beim Zurücklegen des Weges d vom Brillenglas zum Auge, der Propagation der Wellenfläche, ändert sich die Vergenz in jedem Hauptschnitt gemäß

$$L'_{1,d} = \frac{L'_1}{1 - dL'_1} \quad \text{und} \quad L'_{2,d} = \frac{L'_2}{1 - dL'_2}$$

Uns interessiert hier nur die Veränderung der Differenz der beiden Hauptschnitt-Vergenzen, also der Zylinder, bei der Propagation über die Strecke d . Offenbar gilt am Ort des Auges

$$Z_{Au} = \frac{L'_2}{1 - dL'_2} - \frac{L'_1}{1 - dL'_1}$$

Die Zahlenwerte der Produkte dL'_2 und dL'_1 sind in der Regel klein gegenüber 1, da die Strecke d typisch nur etwa 0,015 m beträgt. In guter Näherung ergibt sich nach wenigen Umformungen:

$$Z_{Au} = Z (1 + 2d\bar{L}')$$

Dabei wird das sphärische Äquivalent der Wellenfläche hinter dem Brillenglas, also der Mittelwert der beiden Hauptschnittvergenzen, mit $\bar{L}' = (L'_1 + L'_2) / 2$ bezeichnet. Anstelle der Näherung können auch exakte numerische Berechnungen durchgeführt werden, wenn die Genauigkeit des Ergebnisses dies erfordern sollte. Für die prinzipielle Argumentationsweise bedeutet diese Näherung aber keine Einschränkung. Mit derselben Güte der Näherung kann nach dem Zylinder des Auges Z_{Au} aufgelöst werden:

$$Z = Z_{Au} (1 - 2d\bar{L}') \quad (1)$$

Für ein fernes Objekt ($L_1 = L_2 = 0$) wird daraus

$$Z_\infty = Z_{Au} (1 - 2d\bar{F}')$$

wobei der Mittelwert der Hauptschnittwirkungen des Glases mit $\bar{F}$ bezeichnet wird. Da hier ein fernes Objekt betrachtet wird, wird der Index ∞ verwendet. Die Sphäre wird hier nicht behandelt. In zwei Fällen sind die Zylinder von Auge und Brille gleich: erstens, wenn $d = 0$ gilt; dies ist näherungsweise bei einer Kontaktlinse der Fall. Zweitens, wenn die Wellenfläche hinter dem Brillenglas durch einen Kreuzzylinder erzeugt wird ($\bar{F} = 0$).

Bei der Korrektur myoper bzw. hyperoper Augen (im Sinne des sphärischen Äquivalents) wirkt die Propagation unterschiedlich auf den Zylinderwert der Wellenfläche. Bei einer Myopie ist die Wellenfläche im Mittel divergent ($\bar{L}' < 0$), dann ►

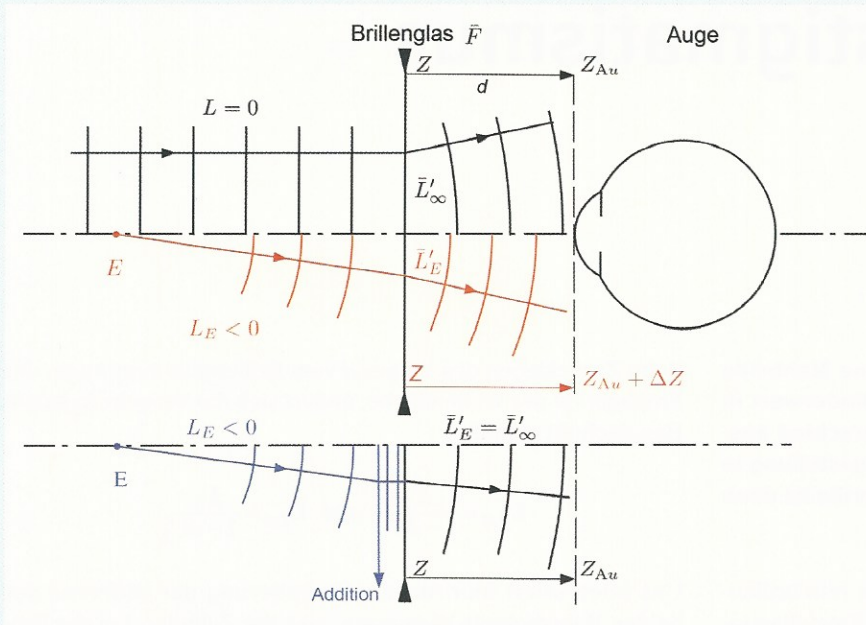


Abb. 1: Oben: für ein fernes Objekt mit der Vergenz $L = 0$ (schwarz dargestellt) erhält man direkt hinter dem Brillenglas mit dem mittleren Brechwert $\bar{F}$ die mittlere Vergenz $\bar{L}'_{\infty} = \bar{F}$. Die astigmatische Wellenfront mit Zylinder Z propagiert über die Strecke d bis zum Auge mit dem Zylinder Z_{Au} . Für ein nahes Objekt (rot dargestellt) wird die bildseitige Wellenfläche divergenter: $\bar{L}'_E = \bar{F} + L_E$. Nach der Propagation liegt ein Fehlzylinder $Z_{Au} + \Delta Z$ vor. Unten: für ein nahes Objekt mit Addition (in blau gezeichnet) ergibt sich bildseitig dieselbe mittlere Vergenz wie im Fall eines fernen Objektes: Der Einstellastigmatismus ist hier null. Das Brillenglas ist schematisch mit den Teilen Addition und Fernkorrektur dargestellt.

wird deren Zylinder mit der Propagation vom Brillenglas zum Auge kleiner. Daher muss das Brillenglas einen größeren Zylinder „vorhalten“, als am Auge ankommen muss ($Z > Z_{Au}$). Im Fall der Hyperopie verhält es sich umgekehrt. Hier muss das Glas einen kleineren Zylinderwert als den des Auges erzeugen, da mit der Propagation der Zylinderwert der Wellenfläche zunimmt. Entscheidend ist, dass der Zylinderwert von der mittleren bildseitigen Vergenz hinter dem Brillenglas abhängt.

Bisher wurde ein fernes Objekt betrachtet. Was geschieht nun, wenn ein nahes Objekt dargeboten wird? Es soll sich an einem Punkt E mit der objektseitigen Vergenz $L_E < 0$, gemessen ab dem Brillenglas, befinden.

Es werden zunächst zwei Extremfälle unterschieden:

1. Der Brechwert des Brillenglases wird der Entfernung des nahen Objekt angepasst, es wird also eine Addition verwendet.
2. Das Auge gleicht durch eine Akkommodation, die in beiden Hauptschnitten als gleich angenommen wird, das Vergenzdefizit aus.

In diesen beiden Fällen muss der Zylinder des Glases unterschiedlich angepasst werden. Der erste Fall kann ohne Rechnung sofort verstanden werden: gedanklich wird das Glas mit Addition in zwei Teile aufgespalten, siehe Abbildung 1, unten. Der erste Teil wirkt als Addition und bildet das nahe Objekt nach Unendlich ab. Dieses ferne Bild wird dann – wie bisher – vom zweiten Teil des Glases (Fernkorrektur) abgebildet. Die mittlere bildseitige Vergenz $\bar{L}'$ hinter dem Glas ändert sich so für ein nahes Objekt im Vergleich zur Fernkorrektur nicht. Der Zylinder bleibt unverändert und wird gemäß Gleichung 1 aus Z_{Au} berechnet. Die Nahbrille und die Fernbrille haben denselben Zylinder, wenn in der Nahbrille eine der Objektentfernung angepasste Addition (Brechwertzunahme) verwendet wird. Die Differenz der Zylinderwerte von Nah- und Fernbrille, also der Einstellastigmatismus, ist in diesem Fall gleich null.

Wird keine Addition verwendet, dann ändert sich im zweiten Fall die bildseitige Vergenz in beiden Hauptschnitten um denselben Wert L_E , siehe Abbildung 1 oben. Anstelle der bildseitigen Vergenzen F_2 und F_1 liegen nun die Vergenzen $F_2 + L_E$ und

$F_1 + L_E$ vor. Da L_E für ein reelles Objekt negativ ist, nehmen die Vergenzen der Wellenfläche für eine nahes Objekt in beiden Hauptschnitten in gleicher Weise ab. Das sphärische Äquivalent verändert sich bildseitig um den Wert L_E . In diesem Fall wird folgender Zylinder benötigt

$$Z_E = Z_{Au} (1 - 2d(\bar{F} + L_E))$$

Für die Differenz zum Zylinderwert Z_{∞} ergibt sich dann der Einstellastigmatismus zu

$$Z_E - Z_{\infty} = 2dZ_{Au}(-L_E) \quad (2)$$

Da alle Zylinder positiv sind, bedeutet dies, dass im zweiten Fall der Zylinderwert im Glas um den positiven Wert $2dZ_{Au}(-L_E)$ erhöht werden muss. Dieser Einstellastigmatismus muss berücksichtigt werden, wenn eine Fernbrille für ein nahes Objekt mit der Vergenz L_E verwendet wird. Das Vergenzdefizit, bedingt durch die fehlende Addition, muss das Auge durch Akkommodation ausgleichen.

Als numerisches Beispiel verwendet Roth die Werte $S = -3,00$ und $Z = +5,00$ mit einem HSA von 15 mm. Für ein Objekt in 20 cm Entfernung von der Brille, mit $L_E = -5$ dpt, liefert Gleichung 2 den Zahlenwert $2 \cdot 0,015 \cdot 5 \cdot 5 \text{ dpt} = 0,75 \text{ dpt}$. Dasselbe Ergebnis folgt auch aus Formel (10.23) in Abschnitt 10.4 in [3], wenn für die Restakkommodation der Wert 5 dpt eingesetzt wird. Roth erhält einen Wert von 0,80 dpt. Im Fall der maximalen Akkommodation von 5 dpt ergeben sich also numerisch keine relevanten Unterschiede zwischen den verwendeten Formeln.

Eine Änderung von 0,75 dpt stellt für einen Zylinder eine erhebliche Modifikation dar. Muss also der Einstellastigmatismus in den seltenen Fällen von großen Zylinderwerten berücksichtigt werden? Die Antwort lautet nein, denn eine Nahbrille wird zumindest eine Teiladdition enthalten. Für Presbyope ist dies offensichtlich. Aber auch für junge Menschen spricht neben der geringeren Ermüdung auch das Argument dafür, dass das Zurückbleiben der Akkommodation („lag of accommodation“)

bei der Verwendung einer Addition deutlich verkleinert wird. Eine sphärische Fehlkorrektur durch eine unvollständige Akkommodation führt aber zu erheblichen Einbußen der Abbildungsqualität. [4]

Wenn der Fall der maximalen Akkommodation betrachtet wird, trifft das Ergebnis von Roth zu und der Einstellastigmatismus müsste berücksichtigt werden. In der Praxis wäre dies der Fall, wenn die Fernbrille nur hinsichtlich des Zylinders für die Nähe angepasst wird. Dann müsste der Zylinderwert gemäß dem Einstellastigmatismus tatsächlich erhöht werden. Die zylindrische Fehlkorrektur läge dann jedoch für die Ferne vor.

Die Behauptung Roths, dass sich der Einstellastigmatismus mit einer Addition nicht verändert, ist falsch. Die mittlere Vergenz bei voller Addition in der Nahbrille ist dieselbe wie bei der Fernbrille und daher ändert sich am Zylinderwert nichts. Bei Verringerung der Addition steigt der Wert des Einstellastigmatismus an, bis er bei der Addition null den maximalen Wert erreicht.

Um nicht nur die Extremfälle zu betrachten, soll nun eine realistische Restakkommodation von 1 dpt angenommen werden. Wie groß ist in diesem Fall der Einstellastigmatismus? Für die oben genannten Zahlenwerte reduziert sich der Wert, wenn $L_E = -1$ dpt eingesetzt wird, auf ein Fünftel, nämlich auf 0,15 dpt. Für einen weniger extremen Zylinder von 1 dpt erhalten wir eine weitere Reduktion um ein Fünftel auf den Wert 0,03 dpt. Beide Werte dürften für eine normale Nahbrille vernachlässigbar sein. Insbesondere liegen sie etwa in der Größenordnung des normalerweise unbekannten Astigmatismus, der bei der Akkommodation des Auges auftreten kann [5]. Bei sehr großen HSA- und extremen Zylinderwerten wird der Einstellastigmatismus in einem Gleitsichtglas berücksichtigt werden, wenn keine voll entwickelte Presbyopie vorliegt. Unter diesen Umständen kann die Restakkommodation ausgenutzt werden, um nicht die volle Addition ausschöpfen zu müssen. Eine kleinere Addition ist wegen des Satzes von Minkwitz vorteilhaft für die Breite der Progressionszone des Gleitsichtglases.

Beim Blick in die Nähe und der damit verbundenen Einstellungsbewegung kann ein völlig anderer Typ von „Einstellastigmatismus“ entstehen, der sich aus einer Veränderung der Achslage nach der Listingschen Regel ergibt. Dieses Problem liegt aber völlig außerhalb der hier betrachteten Fragestellung.

Zusammenfassung

Der Zylinderwert einer astigmatischen Wellenfläche ändert sich bei der Ausbreitung vom Brillenglas zum Auge. Die Änderung ist in guter Näherung proportional zum HSA und proportional zur mittleren Vergenz der Wellenfläche hinter dem Brillenglas. Wird für ein nahes Objekt das Vergenzdefizit durch eine Addition ausgeglichen, so ist der Einstellastigmatismus gleich null. Wird jedoch keine Addition verwendet, liegt der Maximalwert des Einstellastigmatismus vor. Bei typischen HSA- und Zylinderwerten und einer Restakkommodation von 1 dpt nimmt der Einstellastigmatismus Werte von einigen hundertstel Dioptrien an und ist damit bei der Anfertigung einer Nahbrille irrelevant. Selbst bei extremen Zylinderwerten liegt der Wert nur bei etwa 0,15 dpt. Bei Gleitsichtgläsern mit großem HSA zum Nahbereich und extremen Zylinderwerten wird der Einstellastigmatismus bei geringen Additionen berücksichtigt werden. Zum Vergleich: bei

den täglichen Schwankungen der Sphäre treten Werte bis etwa 0,30 dpt auf, die Schärfentiefe liegt ebenfalls bei etwa 0,30 dpt; und die Unsicherheiten einer subjektiven Refraktionsbestimmung müssen mit $\pm 0,5$ dpt in Sphäre und Zylinder angenommen werden [6]. Auch in Bezug zu diesen Unsicherheiten ist der Einstellastigmatismus vernachlässigbar. ■

Ralf Blendowske, Studiengang Optotechnik und Bildverarbeitung, Hochschule Darmstadt

Literatur

- [1] G. Roth: Der Einstellastigmatismus, DOZ 2015, 4: 71-72.
- [2] Th. Graff (1960), Messung augen- und brillenoptischer Größen, Verlag G. Braun, Karlsruhe; (siehe: Formel 80 auf Seite 142)
- [3] H. Diepes, R. Blendowske (2005), Optik und Technik der Brille, DOZ-Verlag, Heidelberg; (siehe: Formel 10.23 in Abschnitt 10.4)
- [4] A. Seidemann, F. Schaeffel: An evaluation of the lag of accommodation using photorefractive, Vision Research, 2003, 43: 419-430
- [5] H. Radhakrishnan, W. N. Charman: Changes in astigmatism with accommodation, Ophthal. Physiol. Opt., 2007, 27: 275-280
- [6] O. Schmidt-Kiy, H.-J. Grein, Besser 2D oder 3D?, DOZ 2015, 5: 30-36

Anzeige



MARKETINGUNTERSTÜTZUNG

KOSTENLOSE HALBER NETTO-PREIS*

MEHRBRILLEN-AKTION

*50 % Rabatt auf das günstigere Paar Markenbrillengläser (bonusfähig).

www.stratemeyer.com

STRATEMEYER
BRILLENGLÄSER
Made in Germany